

Jelentés

Magyar Állami Eötvös Ösztöndíj

Somlai Gábor

A City University of New York egyetemen töltöttem a 2023 tavaszi félévet. A kutatásaimat itt folytattam, de tartottam előadást több egyetemen kutató szemináriumán, illetve egy konferencián is. Az intézet több szemináriumán is részt vettem, illetve átjártam a Columbia számelmélet szemináriumára is. Végül pedig a tavaszi félév egy kurzusát is végighallgattam.

Kutatásaimat 3 témában folytattam. A Fuglede sejtés az egyik legfontosabb kutatási területem. Ezen idő alatt megjelent egy cikkem a Discrete Analysis folyóiratban. A kutatási tervben megjelölt célok közül az egyiket decemberben részben megvalósítottuk. Írtunk egy cikket 3 rangú elemi Abel p -csoportokról, és bevezettünk egy kiátlagolós módszert. A Fuglede sejtés ebben a speciális esetben nem sikerült megoldani, de hasonló eredményre jutottuk a cikkünk ArXiv-on megjelenése után pár héttel Romanos Malikiosis is, ami mutatja a kérdés nehézségét és a kutatás aktív voltát.

Beláttuk, hogy $\mathbb{Z}_{p^2q^2r}$ -re igaz a sejtés, ha p, q, r prímek és r sokkal nagyobb a többi prímnél. Ez ugyan egy speciális eset, de egy új módszert mutat be, ami lényegesen lerövidíti a bizonyításokat. Az eredmény parkettázó-spektrális iránya a nagy hírű Inventiones folyóiratban jelent meg, persze megszorítás nélkül a prímekekre. Továbbá új és igen rövid bizonyítást adtunk több csoport esetében a parkettázó-spektrális irányra.

Azita Mayelival és Thomas Fallonnal a Gabor-Fuglede kérdést bevezettük véges Abel csoportokra, mert ez eddig csak elemi Abel p -csoportokon létezett. A probléma folytonos változatban merült fel eredetileg. A korábbi véges csoportos eredményeket általánosítottuk, illetve elkezdtünk olyan vizsgálatokat, amik csak véges Abel csoportokon működnek. Ebből egy publikáció készülöben van.

Végül prolate mátrixok sajátértékeit vizsgáltuk Azita Mayelival és Thomas Fallonnal. Ez is egy diszkrét változata egy folytonos problémának. A legfontosabb eredmény itt az, hogy több általánosítását is beláttuk Chobotarev tételének, illetve ahhoz kapcsolódóan Tao határozatlansági relációjának véges csoportokon.

A fenti eredmények az itteni kutatások, még nem töltöttük fel az ArXivra az eredményeket, egy részükön még csak dolgozunk.

A korábban elkezdett munkából itt let végső eredmény. Írtunk egy Decompositions of the positive real numbers into disjoint sets closed under addition

and multiplication című cikket. Kiss Gergellyel és Terpai Tamással beláttuk, hogy a pozitív valós számok felbonthatóak összegre és szorzásra is zárt halmazok diszjunkt uniójára.

Rédei egy régi tételére adtam egy rövid bizonyítást december végén. Ezt a The American Mathematical Monthly folyóiratba küldtem be. Az eredmény az, hogy ha egy \mathbb{F}_p feletti polinom értékeinek összege \mathbb{Z} -ben éppen p , akkor a polinom foka legalább $\frac{p-1}{2}$. Ennek kapcsán új kutatásba kezdtem Kiss Gergellyel, Markó Ádámmal és Nagy Zoltánnal. Célunk a polinomok leírása, ahogy ezt Rédei tételének kapcsán Lovász és Schrijver is tette a kombinatorikus esetben. Ezt a célt lényegében elértük. Remélhetően, nemsokára publikáljuk.

A pozitív valós számok szétvágásáról szóló eredményt előadtam a Combinatorial and Additive Number Theory (CANT 2023) konferencián. Korábban ugyanerről az eredményről egy előadást tartottam a University of Rochester Combinatorics szermináriumán, ahova az előzetes tervek szerint Alex Iosevich hívott meg. A Fuglede sejtésről a University at Albany-n tartottam előadást az analízis szemináriumon.

Ezen idő alatt benne voltam Thomas Fallon doktori védésének bizottságában, illetve az undergraduate research program poster section értékelésében is.

Végül Alexander Gamburd Topics in number theory kurzusát is végighallgattam, ami az expander gráfokkal kapcsolatos kutatásaimban erős segítséget nyújthat.

Somlai Gábor